Dr. DEMETRIOS D. MOUKANOS
Universität Athen

PHILOSOPHIE DER MATHEMATIK BEI PLATON

An dem Punkt, wo Platon im "Staat" nach der Ausgestaltung seiner Ideentheorie an die Mathematik die Frage richtet, wie weit sie die Voraussetzungen für einen gleichartigen Aufbau in sich trägt, ist die Konstellation erreicht, in der mathematische und ontologische Spekulation sich zu gegenseitiger Befruchtung zusammenfinden. Platon hat diese Konstellation in ihrer philosophischen und wissenschaftlichen Bedeutung an den Stellen 510 c–e, 525 b, d, 526 b, 527 b, e des "Staates" ins Bewußtsein gehoben und in ihre Konsequenzen verfolgt. Ideenlehre und Mathematik haben hinfort eine Wegstrecke miteinander gemein. Platon hat wirklich an den Stellen 526 b, 527 b des "Staates" das erkenntnistheoretische und ontologische Interesse der Mathematik erkannt.

Zur Bekräftigung dieser Gedanken kann auch die Stelle 510 c–511 a des "Staates" dienen. Es wird von den Mathematikern gesagt, sie machten das Gerade und Ungerade in den Zahlen, die verschiedenen Figuren und die drei Arten der Winkel zu Hypothesen, als ob sie schon ein Wissen von ihnen hätten (ὡς εἰδότες), und geben auch weiter keine Rechenschaft von diesen Hypothesen, als ob diese schon allen klar und bekannt wären. Die Mathematiker nehmen vielmehr von ihnen ihren Ausgangspunkt, gehen dann das übrige durch und schließen auf widerspruchsfreie Weise (ὁμολογουμένως) ab[1] "ἐπὶ τοῦτο οὗ ἂν ἐπὶ σκέψιν ὁρμήσωσιν" bei dem, auf dessen Untersuchung sie von Anfang an ausgegangen waren, nämlich zu dem jeweils

1. Das Wort ὁμολογουμένως können wir auch mit folgerichtig übersetzen; eigentlich "mit sich übereinstimmend", also in sich schlüssig.

gesetzten Ziel der Betrachtung (510 d), d.h. den mathematischen Lehrsatz bzw. Systeme von Lehrsätzen. Dabei gebrauchen sie wahrnehmbare Figuren und stellen ihre Überlegungen an diesen an. Trotzdem sind diese gezeichneten Figuren nicht der eigentliche Gegenstand der wissenschaftlichen Erkenntnis der Mathematiker, sondern das Quadrat an sich, oder der Durchmesser an sich usw. (510 d) und diese sind es daher auch, welche die Mathematiker bei ihren Operationen eigentlich im Sinne haben. Der eigentliche Gegenstand der Mathematik ist also das νοητὸν εἶδος (511 a). Nur ist die Seele bei dieser Art von Erkenntnis genötigt, beim Suchen nach diesem νοητὸν εἶδος von Hypothesen Gebrauch zu machen und kann nicht über diese hinausschreiten. Sie gelangt daher nicht "ἐπ' ἀρχήν" (511 a).

Es wurde von den Mathematikern gesagt: Sie kommen nicht über die Hypothesen hinaus und gehen nicht ἐπ' ἀρχὴν (511 a). Deshalb scheinen sie über ihre Erkenntnisgegenstände keinen νοῦς zu haben καίτοι νοητῶν ὄντων μετὰ ἀρχῆς (511 d). Dieser letzte Ausdruck kann dann nur heißen: Obwohl diese νοητὰ sind μετὰ ἀρχῆς d.h. wenn man auf die ἀρχὴ zugeht, wenn man die Gegenstände μετὰ ἀρχῆς nimmt. An der Stelle 511 d gelingt es Platon, im Gebiete des νοητὸν die Erkenntnis der Mathematiker als διάνοια von der Erkenntnis der Philosophen, dem νοῦς, zu unterscheiden. In der höchsten Region erfaßt der νοῦς selbst das Intelligible (νοητόν), indem er die Hypothesen nicht zu Anfängen macht, sondern nur zu Stufen und Ausgangspunkten auf dem Weg zu einem "Nicht mehr Bedingten", zu einem "Anfang des Ganzen" (τοῦ παντὸς ἀρχή), hinter den nicht mehr zurückgegangen werden kann. Die νόησις verwendet keine Hilfsmittel aus der sinnlichen Anschauung. Sie soll und muß von Anfang bis Ende mit Hilfe reiner εἴδη vor sich gehen (511 c).

An der Stelle 511 b wird gesagt, daß die Hypothesen in der dialektischen Betrachtung subjektive Ausgangspunkte für den Erkenntnisprozeß seien. Ihnen steht gegenüber die nicht mehr weiter begründbare ἀρχή. Darin unterscheiden sich die Mathematiker von den Dialektikern und Philosophen, die sich bewußt sind, in diesen Hypothesen nur subjektive Ausgangspunkte zu haben, von denen aus man zu den wahren ἀρχαὶ gelangen kann. Die Mathematiker und die Philosophen aber haben dies gemeinsam nach Platon, daß sie ihre Betrachtungen nicht über Einzeldinge anstellen, sondern über Ideen, in der Mathematik nicht über das gezeichnete Quadrat mit seiner ganz speziellen Form und Größe, sondern über das Quadrat überhaupt (an sich), obwohl sich die Mathematiker zur Verdeutlichung ihrer Überlegungen gezeichneter Quadrate bedienen, die aber nicht das "an sich" sind (510 d). So weit also stimmen sie beide miteinander überein. Die Mathematiker schauen "αὐτὰ" d.h. die Gegenstände ihrer Erkenntnis, zwar durch das Medium der διάνοια, nicht durch die Wahrnehmung an, weil sie aber die Hypothesen zu "ἀρχαὶ" machen und nicht auf die ἀρχὴ zurückgehen, so scheinen sie keinen νοῦς in bezug auf diese Gegenstände zu haben, obwohl diese νοητὰ sind μετὰ ἀρχῆς (511 c, d). Der Philosoph dagegen begnügt sich nicht mit solcher bloß hypothetischen Erklärungsweise, sondern fragt nach der "letzten Ursache", aus der sich die Wahrheit dieser Hypothesen beweisen oder widerlegen lassen müsse.

Aus dem bis jetzt Gesagten geht hervor, daß die Wissenschaft, von der Platon zuerst ausgeht, die Mathematik ist. Und das tat er, weil wir eben in diesen Wissenschaften über sichere Erkenntnisse verfügen. Die Gegenstände des Wissens dieser Wissenschaften sind keine sinnlichen Gegenstände (510 d). Die geometrischen Figuren nach Platon, so wie wir sie in sinnlicher Anschauung abbilden, sind nur Hilfsmittel (510 d), der Weg von den Phänomena zu den Nooumena. Er trennt in 510 d das Wesen der geometrischen Figuren von ihrer sinnlichen Darstellung. Diese reinen Figuren dürfen nicht verwechselt werden mit dem, was wir mit unseren Augen sehen. Sinnliche Gegenstände erreichen das Paradeigma nie, können also nie mit ihrem Ideal identisch werden; sie haben nur bis zu einem gewissen Bruchteil an der Idee teil. Um dieses Abbildverhältnis zu zeigen, verwendet Platon an der Stelle 510 d das Verb ἔοικε.

Es ist sehr bezeichnend, daß die Richtung der Philosophie der Mathematik im klassischen Altertum von Platon getrieben wurde. Eine ausgezeichnete Erklärung für diese Richtung der Mathematik gibt Platon im "Staat". Es ist für unsere Untersuchung sinnvoll, auf die Stelle ϛ´ 510 c–d ausführlicher einzugehen:

«οἶμαι γάρ σε εἰδέναι ὅτι οἱ περὶ τὰς γεωμετρίας τε καὶ λογισμοὺς καὶ τὰ τοιαῦτα πραγματευόμενοι, ὑποθέμενοι τό τε περιττὸν καὶ τὸ ἄρτιον καὶ τὰ σχήματα καὶ γωνιῶν τριττὰ εἴδη καὶ ἄλλα τούτων ἀδελφὰ καθ' ἑκάστην μέθοδον, ταῦτα μὲν ὡς εἰδότες, ποιησάμενοι ὑποθέσεις αὐτά, οὐδένα λόγον οὔτε αὑτοῖς οὔτε ἄλλοις ἔτι ἀξιοῦσι περὶ αὐτῶν διδόναι ὡς παντὶ φανερῶν, ἐκ τούτων δ' ἀρχόμενοι τὰ λοιπὰ ἤδη διεξιόντες τελευτῶσιν ὁμολογουμένως ἐπὶ τοῦτο οὗ ἂν ἐπὶ σκέψιν ὁρμήσωσι».

(Πολιτείας ϛ´, 510 c–d)

"Ich glaube, du weißt doch wohl, daß die Geometer, die Arithmetiker und die anderen, die sich mit ähnlichen Wissenschaften beschäftigen, allen ihren Untersuchungen bestimmte Voraussetzungen zugrunde legen, wie z.B. die Begriffe "Gerades" und "Ungerades", die drei Arten von Winkeln und manches ähnliches; diese Dinge machen sie zu Grundlagen, als ob sie sich über diese schon im klaren wären, und sie halten es nicht für nötig, sich und anderen Rechenschaft über etwas zu geben, was einem jeden doch klar sei. Von diesen Grundlagen aus gehen sie dann vorwärts und finden schließlich in Übereinstimmung mit diesen das, was Gegenstand ihrer Untersuchung war (ς΄, 510 c-d)" [Übers. von A. Szabó in seinem Aufsatz, siehe meine Anm. 4].

Es geht aus diesem Zitat hervor, daß sich die Mathematiker schon zu Platons Zeit über den hypothetischen Charakter ihrer Wissenschaft völlig im Klaren sein mußten. Ὑπόθεσις heißt das, was daruntergelegt wird (ὑπὸ und τίθεσθαι), was als Grundlage von etwas anderem gelten kann. Die Mathematik ist eine "Wenn-So-Wissenschaft", deren Voraussetzungen nicht bewiesen werden. Es soll in diesem Punkt betont werden, daß eine Hypothesis eigentlich erst mit der Zustimmung des Dialogpartners zur Grundlage irgendeiner gemeinsam geführten Untersuchung wird. Darum heißen die Hypothesen in der platonischen Dialektik auch ὁμολογήματα d.h. Zugeständnisse, worüber die Dialogpartner einig geworden sind (Plat. Theait. 155 a-b).

In der heutigen Wissenschaft eine Hypothese ist noch keine sichere Erklärung für etwas Beobachtetes, sondern nur eine vorläufige Vermutung, mit der wir vorläufig arbeiten, solange bis sie entweder erhärtet oder widerlegt ist. Nach Platon bedeutet ὑπόθεσις an der Stelle Politeia 510 c-d eine Grundlage, einen Anfang, einen Ausgangspunkt. Damit hängt es zusammen, daß man die ὑποθέσεις zu ἀρχαὶ machen kann, wie es nach Platon die Mathematiker tun. Dennoch müßen sie in verschiedenem Sinn Anfang, Ausgangspunkt bedeuten, da die wahre ἀρχὴ nach Platon ἀνυπόθετος ist. Der Unterschied zwischen der beiden in dieser Hinsicht wird in 511 b deutlich: Die ὑποθέσεις sind subjektive Ausgangspunkte für den Erkenntnisprozeß. Ihnen steht gegenüber die ἀρχὴ als sachliche, objektive, ontologische Grundlage "τοῦ παντός".

Kein Zweifel, jene Voraussetzungen, die die Mathematiker nach diesen Platon-Worten ihren Untersuchungen zu Grunde legen, sind die unbewiesenen Prinzipien, von denen streng logisch alle mathematischen Sätze abgeleitet werden. Wie Kurt von Fritz es mit Recht betont, ein axiomatischer Aufbau der Mathematik sei von den Griechen zuerst versucht worden[2], enttäuscht es aber dennoch, daß er die Mathematik als beweisende Wissenschaft, von unbewiesenen Prinzipien ausgehend, nicht zuerst auf Platon, sondern auf Aristoteles zurückzuführen versucht.[3] Das ist von A. Szabó mit

2. Siehe Die ἀρχαὶ in der griechischen Mathematik, Archiv für Begriffsgeschichte, Bd 1, Bonn 1955, S. 14.

3. A.a.O. S. 34, 35, 43.

Recht bemerkt worden, daß es aus der Stelle Staat ς', 510 c–d einfach unmöglich ist, jene grundlegende Erkenntnis, wonach in der systematisch aufgebauten Mathematik die unbewiesenen Prinzipien und die abgeleiteten Sätze klar und scharf voneinander getrennt werden müssen, erst dem Platon-Schüler, nämlich dem Aristoteles zuzuschreiben.[4] Platon betont in der obigen Stelle, daß die Mathematiker sich um diese Voraussetzungen (=Prinzipien) ihrer Wissenschaft gar nicht besonders kümmern; diese wären — mindestens ihrer Ansicht nach — doch einem jeden klar. Viel mehr Wert legen die Geometer und Arithmetiker nach Platon auf den eigentlichen Gegenstand ihrer Untersuchung, der mit den Voraussetzungen übereinstimmen soll.

Die Grundlagen einer jeden beweisenden Wissenschaft und damit auch der Mathematik werden von Aristoteles in den Analytica Posteriora untersucht. Er erörtert dort das Wesen der beweisenden Wissenschaft. Demgemäß haben es die AP mit den Prinzipien einer beweisenden Wissenschaft zu tun. In diesem Werk vertritt Aristoteles seine These, die Axiome müssen wie alle wahren wissenschaftlichen ἀρχαὶ unbeweisbar, einsichtiger und früher sein als das, was aus ihnen abgeleitet wird,[5] und macht zugleich eine scharfe Unterscheidung zwischen den ἀξιώματα und anderen ἀρχαί, die dennoch dieselben Grundeigenschaften haben müssen.[6] So bezeichnet er in N der Metaphysik (1090 a 36) mit ἀξιώματα mathematische Sätze, nicht Sätze, die allen Wissenschaften gemeinsam sind. In der Metaphysik trägt er dies als seine eigene Theorie vor und sagt von den Mathematikern, daß "weder der Arithmetiker noch der Geometer es unternimmt, etwas über sie (die Axiome) zu sagen, ob sie wahr sind oder nicht (Γ3, 1005 a 29 ff)". Er setzt sich in AP A 3, 72 b 5 ff mit zwei Gruppen von Männern auseinander, von denen die ersten die Meinung vertreten, daß es eine beweisende Wissenschaft überhaupt nicht geben könne, während die anderen behaupten, daß alles bewiesen werden müsse. Aristoteles versucht zu zeigen, daß jede beweisende Wissenschaft auf unbeweisbare, selbstevidente, einsichtige und frühere Prinzipien zurückgeführt werden muß.[7]

---

4. Siehe Die Philosophie der Eleaten und der Aufbau von Euklids Elementen, in: Φιλοσοφία 1, 'Αθῆναι 1971, S. 198–199.

5. Anal. Post. A 2, 72 a 25 ff., A 10, 76 a 33–34.

6. A.a.O. 72 a 14 ff.

7. Zu diesem Fragenkreis der aristotelischen Lehre, daß jeder Beweis von letzten Prinzipien ausgeht, die unbewiesen und unbeweisbar sind (ἀρχαὶ ἀναπόδεικτοι, Anal. post. A 3, 72 b 18 ff) vgl. W. Wieland: Die aristotelische Physik, Göttingen 1962, S. 62, wo mit Recht gesagt wird: "Auf welche Weise man sich dieser Prinzipien versichert, ist damit aber noch nicht gesagt, vor allem ist damit noch nicht die Annahme einer intuitiven Prinzipienerkenntnis impliziert." In der

Nach dem ersten Blick auf diese aristotelischen Beobachtungen wird man klar sehen, daß sie in einer gewissen Beziehung zu der wichtigen Stelle am Ende des ς΄ Buches von Platons Staat, 510 c-d stehen und u.a. die These Platons übernehmen. Es kann ja gewiß kein Zufall sein, daß die bei Platon vorkommenden Beispiele fast dieselben sind wie diejenigen, die Aristoteles im 10. Kapitel des ersten Buches der zweiten Analytik gebraucht. Aus diesem Grunde kann ich nicht akzeptieren, daß die Mathematik als Wissenschaft etwas Wesentliches dem Aristoteles zu verdanken hätte. Wohl hätte Aristoteles schon nach früheren, vorhandenen und von ihm auch gekannten mathematischen Vorbildern sich orientieren können, wie z.B. in diesem Fall nach Platon. Der Unterschied aber zwischen den beiden besteht immerhin darin, daß die ὑποθέσεις der Mathematiker nach Platon Ausgangspunkte für die Dialektik seien, die zu ἀρχή gelangt, wie er es beschrieben hat, während für Aristoteles die platonischen ὑποθέσεις wirkliche ἀρχαὶ sind. Am Anfang des zehnten Kapitels des ersten Buches der zweiten Analytik lesen wir: "Ich nenne aber Prinzipien in jeder Gattung diejenigen, von denen sich nicht beweisen läßt, daß sie sind (gelten)". Daß sie sind (gelten), muß man von den Prinzipien annehmen, von den anderen aber beweisen. Weiter macht Aristoteles eine Unterscheidung zwischen "Prinzip" und "ὑπόθεσις", die ohne Zweifel aus Aristoteles' Kritik an Platons Beschreibung des Verfahrens der Mathematiker hervorgegangen ist. Diese Unterscheidung lautet, Prinzip sei keine Voraussetzung (ὑπόθεσις).[8] Hier ist sehr deutlich der Punkt zu sehen, an dem sich Aristoteles gegen Platon wendet, nämlich daß man das Prinzip nur zu verstehen braucht, während ὑπόθεσις etwas ist, aus dem, wenn es gesetzt wird, etwas anderes abgeleitet werden kann. Hier wird auch die Beziehung des Aristoteles zu der platonischen Stelle am Ende des ς΄

Anmerkung 5 auf S. 62 weist Wieland auf Anal. post. B 9, 93 b 23 ff und B 19 hin, nach denen man die Prinzipien voraussetzen oder auf sonst eine Weise deutlich machen muß und nicht unmittelbar erfassen kann. Über die Unterscheidung zwischen Axiom, Voraussetzung, Postulat, die als drei Arten von Prinzipien bezeichnet werden, bei Proklos, vgl. Kurt von Fritz, Die ἀρχαί... S. 46–47: "Ein Prinzip werde Axiom genannt, wenn es dem Lernenden ohne weiteres als Beweisprinzip einleuchtend und sicher erscheine. Sei es dem Lernenden dagegen nicht von vornherein bekannt, aber der Art, daß er es sofort einsehe und zugebe, wenn es ihm auseinandergesetzt werde, dann sei es eine ὑπόθεσις. Endlich, wenn es als erstes Prinzip angenommen werde, ohne dem Lernenden als solches einsichtig zu sein, dann sei es ein αἴτημα. Als Beispiel für das Axiom wird das erste Gleichheitsaxiom angeführt, als Beispiel für die ὑπόθεσις die Definition des Kreises, als Beispiel für das αἴτημα der Satz, daß alle rechten Winkel einander gleich sind."

8. Anal. post. A 10, 76 b 23–24.

Buches des Staates, 510 c–d, und seine Auseinandersetzung mit ihr klar.[9] Man erhält also hier einen Einblick in die Beziehung zwischen der aristotelischen und der platonischen Auffassung der Mathematik.

Der systematische Aufbau des gesamten mathematischen Wissens wird vor allem durch diese klare und scharfe Zweiteilung ermöglicht: Es werden nämlich einerseits die nicht-bewiesenen mathematischen Prinzipien, und andererseits die abgeleiteten (=bewiesenen) Sätze, über die Platon in der obigen Stelle gesprochen hat, unterschieden. In der Tat ist auch der Beweis in der Mathematik[10] ohne die Zweiteilung in unbewiesene Prinzipien einerseits und in bewiesene Sätze andererseits gar nicht denkbar. So muß unbedingt der Verfasser eines geometrischen Elementarbuches gesondert die Prinzipien der Wissenschaft lehren, und gesondert die Folgerungen aus den Prinzipien; über die Prinzipien braucht er nicht Rechenschaft abzulegen, wohl aber über die Folgerungen aus ihnen. Denn keine Wissenschaft beweist ihre eigenen Prinzipien und stellt sie zur Diskussion, sondern sie hält sie für an sich gewiß; sie sind ihr klarer als die Ableitungen. Das Prinzip also und das davon Abgeleitete sind von Haus aus voneinander gesondert.

Was ist nun aus diesen Ausführungen gewonnen? Platon geht über die übliche Mathematik hinaus, wie es die Stellen am Ende des ϛ´ Buches des Staates deutlich machen. Die Mathematiker gebrauchen nach Platon wahrnehmbare Figuren und stellen ihre Überlegungen an diesen an. Trotzdem seien diese gezeichneten Figuren nicht der eigentliche Gegenstand der wissenschaftlichen Erkenntnis der Mathematiker, sondern z.B. das Quadrat an sich, oder der Durchmesser an sich usw. (510 d), und diese seien es, welche die Mathematiker bei ihren Operationen eigentlich im Sinne haben. Der eigentliche Gegenstand der Mathematik sei also nach Platon das νοητὸν εἶδος (511 a). Nur sei die mathematische Seele bei dieser Art von Erkenntnis

---

9. Das ist zuerst von Kurt von Fritz mit Recht bemerkt und ausgeführt worden; vgl. Die ἀρχαί in der griechischen Mathematik, S. 38–42, im Gegensatz zu Ross, der in seinem Kommentar (Aristotle's prior and posterior Analytics, Oxford 1949, S. 538–541) die Beziehung auf Platon im 10. Kapital des 1. Buches der 2. Analytik nicht bemerkt hat.

10. Man ersieht aus dem griechischen Fachausdruck des Beweisens (δείκνυμι), daß die ursprüngliche Form des mathematischen Beweisens das konkrete Sichtbarmachen, Zeigen, Veranschaulichen war. Beweisen wird ja in der Sprache der griechischen Mathematik mit einem solchen Wort (δείκνυμι) zum Ausdruck gebracht, das seinem alltäglichen Gebrauch nach gewöhnlich zeigen, konkret darauf hinweisen heißt. Ein mathematischer Satz wird also auf dem Wege bewiesen, daß man irgendwie zeigt (vgl. dazu A. Szabó, Anfänge der griechischen Mathematik, Budapest und München/Wien 1969, besonders das Kapitel: Der Beweis in der griechischen Mathematik. Vgl. und seinen Aufsatz: Deiknymi, als mathematischer Terminus für beweisen, "Maia" 10 (1958), S. 106–131).

genötigt, beim Suchen nach diesem νοητὸν εἶδος von Hypothesen Gebrauch zu machen, und könne nicht über diese hinausschreiten. Sie gelange daher nicht "ἐπ' ἀρχὴν" (511 a). Hier haben wir den Begriff der "ὑποθέσεις", unter den "gewisse Grundlagen fallen", von denen die Mathematiker der Ansicht sind, daß man über sie nicht weiter zurück- oder, wie Platon sich ausdrückt, hinaufgehen kann oder braucht. Diese Ansicht der Mathematiker wird in der "Politeia" von Platon widerlegt mit der Begründung, daß eine solche Wissenschaft bzw. die Geometrie, die als Prinzip etwas hat, das sie nicht kennt, und davon ihre Ergebnisse und Sätze ableitet, keine Wissenschaft sei (533 b–c). Platon verlangt hier Rechenschaft über das νοητὸν εἶδος und die ἀρχή, nicht über die einzelne Figur. Hier, glaube ich, ist sehr deutlich der Punkt zu sehen, wo sich Platon gegen die Mathematiker wendet, daß sie die Hypothesen zu ἀρχαὶ machen und nicht darüber hinaus auf die ἀρχὴ zurückgehen (511 c, d). Was soll das heißen? Meine These in diesem Punkt ist, daß diese Frage nach der "letzten Ursache", aus der sich die Wahrheit dieser mathematischen Hypothesen beweisen oder widerlegen lassen müsse, die ernste Beschäftigung Platons mit der Philosophie der Mathematik aufweist. Daß die Mathematiker nicht über die Hypothesen hinaus kommen und ἐπ' ἀρχὴν (511 a) nicht gehen, dieses Verfahren treffen wir bei den Überlegungen des Aristoteles über die Zahl und der aristotelischen Kritik an Platons Theorie der Zahlen an.

Zur Bekräftigung, daß Platon die Richtung der Philosophie der Mathematik einschlägt, kann die Stelle 510 d des "Staates" dienen: Die Mathematiker und die Philosophen haben dies gemeinsam, daß sie ihre Betrachtungen nicht über Einzeldinge anstellen, sondern über Ideen, in der Mathematik nicht über das gezeichnete Quadrat mit seiner ganz speziellen Form und Größe, sondern über das Quadrat überhaupt (an sich), obwohl sich die Mathematiker zur Verdeutlichung ihrer Überlegungen gezeichneter Quadrate bedienen, die aber nicht das "an sich" seien. So weit also stimmen Mathematiker und Philosophen nach Platon miteinander überein. Den Beweis dafür, daß es derart schlechthin Vollkommenes wirklich gibt, findet Platon in der Mathematik, zumal in der Geometrie: Quadrat, Kreis usw. Dem vollkommenen Quadrat sind die gezeichneten Quadrate gleichartig, aber nur mehr oder weniger, in abgestufter Annäherung. Das gezeichnete Quadrat "verdankt" sozusagen dem eigentlichen Quadrat das Sein.

Platons Wertschätzung der Mathematik wird hier klar. Die Mathematik kann nur dann sich selber verstehen, wenn sie über ihre eigene Grundlage philosophiert. Trotzdem war sich Platon der Grenzen der möglichen Leistung der Mathematik immer bewußt. Er sah, daß sie immer nur zur Entdeckung formaler Relationsschemata führen konnte. Es blieb ihm auch nicht verborgen, daß die Mathematik als Mathematik nie zur Klarheit über ihre eigene Bedeutung gelangen könnte. Und schließlich hatte sie für ihn auch methodologisch ihre bestimmten Schranken.[11] Sie kann nur sozusagen nach vorn, progressiv, schliessen von Axiomen aus, die sie als "gegeben" hinnehmen muß; was ihr nie gelingen kann, ist, diese Axiome selber nur als hypothetisch gesetzt zu betrachten und von ihnen regressiv zu noch höheren Hypothesen aufzusteigen (510 c, 511 c–d). Für Platon steht es fest, daß nicht alle möglichen Denkinhalte mathematica sind, sondern daß die Mathematik sich selber auf logische Regeln und Axiome stützen muß, die nicht mehr aus ihr als blosser Mathematik hervorgehen.[12] Damit hat Platon Recht und hat selbstverständlich nicht gemeint, daß die Mathematik nicht einen hohen Wert besitze oder daß die Mathematik als Mathematik anders betrieben werden sollte als sie betrieben wird, wie er das schon ausführte. Es bedeutet nur, daß die dialektische Betrachtungsweise, die zur Erkenntnis des νοητὸν εἶδος ebenso wie die Mathematik führt, der Mathematik, die durch logische Schlußfolgerungen zu Lehrsätzen gelangt, übergeordnet ist.[13]

Das Charakteristikum der Gemeinsamkeit von Philosophie und Mathematik am Ende des ς΄ Buches des "Staates" ist für Platon offenbar vertraut geworden auf Grund der Zugehörigkeit beider zum Gebiet des νοητόν. Die Gültigkeit der ersten Voraussetzungen (Axiome und Definitionen) ist für den Mathematiker "datum", kein Problem (510 c); auf dieser Gegebenheit als Ausgangspunkt errichtet der Mathematiker das ganze Gebäude seiner Wissenschaft und erreicht in folgerechtem Fortschreiten einen jeden Punkt seiner Fragestellung. Daher ist jedes Problem für ihn überwunden, wenn es

---

11. Vgl. Demetrios D. Moukanos, Ὁ τρόπος τοῦ εἶναι τῶν μαθηματικῶν ἀντικειμένων κατὰ τὸν Πλάτωνα καὶ τὸν Ἀριστοτέλη, Dissertation Athen 1979, S. 38–44.

12. Vgl. Demetrios D. Moukanos, a.a.O., S. 43–44, 46–47, 48–62.

13. Die Beziehungen Platons zur Mathematik hat Seth Demel in seinem Buch "Platons Verhältnis zur Mathematik, Leipzig 1929" darzustellen versucht. Diese Darstellung wird gruppenweise in eine ganz feste Ordnung von Dialog zu Dialog gebracht: Zuerst das Fehlen eines Verhältnisses des jungen Platon zur Mathematik, dann das positive Verhältnis Platons zu ihr. Seine These ist, daß die Mathematik für Platon erst in seinen reiferen Jahren Bedeutung gewonnen habe, ein Erlebnis geworden sei. Der Grund sei, der mathematische Unterricht in der Jugend Platons habe keinen Eindruck auf ihn hinterlassen, da die Persönlichkeit des Sokrates ihn in eine andere Richtung lenkte (S. 10–11). In dieser Darstellung aber werden wichtige Probleme nicht berücksichtigt, wie der Zusammenhang von Ideen und Zahlen im "Philebos" und die Frage der reinen Mathematik Platons. Vor allem muß ich kritisieren, daß Demel eine gesamte Exposition aller betreffenden Stellen entwirft und Dialog für Dialog versucht, Kapitel auf ein unbegründetes Nacheinander von Texten und nicht auf den Gedankengang aufzubauen. Welche Texte aber herangezogen werden müssen, hängt m.E. von der Problematik ab. Und alle nebensächlichen Fragen, die er ausführt, sollten in die Anmerkungen kommen.

auf die Axiome und Definitionen zurückgeführt ist. Die Fortbildung der Problematik gegenüber dem "Menon" ist hier sehr deutlich. Im "Menon" war die Apriorität der Mathematik herausgearbeitet worden, die paradeigmatische Bedeutung für den Dialektiker hatte. Im "Staat" vermag die Dialektik sich selbst und ihre Gründe zu rechtfertigen, und nicht nur dies, sondern sie vermag zugleich Rechenschaft zu geben über die Wissenschaften, Rechenschaft in erster Linie über den Sachverhalt der Mathematik, und sie vermag somit in der Tat Philosophie der Wissenschaft zu sein. Das Problem der Mathematik ist also in das Problem der Philosophie überhaupt eingeordnet. Bei dieser Unterordnung der Mathematik unter die Philosophie und dem Verhältnis zwischen beiden erweist sich der platonische Ansatz für die Bestimmung dieses Verhältnisses von größter Fruchtbarkeit, weil er genau zu einer Philosophie der Mathematik führt. Dafür aber braucht die Mathematik nach Platon den Bezug auf Anschauung, die Abbildbarkeit der mathematischen νοητὰ εἴδη im Bereich der Wahrnehmung. Dieser Bezug bildet die methodische Brücke, welche die Mathematik mit dem Gebiet der Doxa, mit den wahrnehmbaren Dingen verbindet.

Was Platon im ς´ Buch des "Staates" von der Mathematik seiner Zeit gefordert hat, betrachtet er als eine Aufgabe der Philosophie der Mathematik. Das Verhältnis von Mathematik und Philosophie wird von Platon so aufgefasst, daß es die Aufgabe der Philosophie der Mathematik sei, die Mathematik, so wie sie als wissenschaftliches Faktum da ist, zu begründen.

Platons Kritik der Fachwissenschaft der Mathematik liefert uns keine Anhaltspunkte dafür, daß wir meinen, Platon habe damit sagen wollen, es sei keine exakte Mathematik möglich. Was Platon sagen will, ist, daß Wissenschaft immer nur die halbe Wissenschaft ist und im normalen Vollzug der Wissenschaft nicht geleistet wird, was für alle Zeiten Aufgabe der Philosophie bleiden wird. Wenn die jeweiligen Voraussetzungen der Wissenschaft eben doch gedacht werden, dann ist dieses Denken zunächst nicht Wissenschaft, sondern Philosophie. Andererseits richtet sich Platon seine Kritik nicht nur gegen diejenigen, die bei der Wissenschaft stehenbleiben, sondern ebenso sehr gegen diejenigen, die noch nicht einmal zur Wissenschaft übergehen.

R.M. Hare fängt gleich in seinem Aufsatz "Plato and the Mathematicians"[14] an, in Anbetracht der Stelle Politeia 510 b ff. zu sprechen, daß Platon in der Mathematik, oder wenigstens im Verfahren der Mathematiker seiner Zeit, Fehler gefunden habe ("Plato finds fault with mathematics, or at least with the mathematicians of his day"). Der Ausdruck "fault", den R.M.

14. In: New Essays on Plato and Aristotle, London 1967, ed. by R. Bambrough, S. 21.

Hare gebraucht, läßt sich aber im Kontext des platonischen Textes Politeia 510 c–511 a nicht rechtfertigen. Die bei einer Untersuchung Verwendung von gezeichneten Figuren und die Aufstellung von Hypothesen, über die die Mathematiker keine Rechenschaft abgeben, ist kein Beweis dafür, daß die Mathematiker nach Platon verfehlt vorgehen, wie es R.M. Hare meint.[15] Jede Fachwissenschaft hat die Gewohnheit und das Recht, Fragen, die sie nicht lösen und nur schlecht stellen kann, beiseite zu schieben und zu geeigneteren überzugehen. Das tut z.B. die Mathematik nach Platon immer wieder.

Die Unterscheidung zwischen Mathematik und Philosophie wird auch in ähnlicher Weise wie im "Staat" deutlich im "Euthydem 290 b, c", wo gesagt wird: "Die Jäger vermögen wohl die Beute zu erjagen. Wenn sie die Beute aber gefangen haben, wissen sie weiter nichts damit anzufangen, sondern müssen sie den Köchen übergeben, damit diese sie weiter verarbeiten. So steht es auch mit den Geometern, Astronomen und Mathematikern. Sie können wohl "τὰ ὄντα" auffinden, aber da sie weiter nichts damit anzufangen wissen, übergeben sie diese den Dialektikern" "ὅσοι γε αὐτῶν μὴ παντάπασιν ἀνόητοί εἰσι" d.h. ganz von aller Vernunft verlassen, heißen hier für Platon gerade diejenigen Mathematiker, die innerhalb ihrer Wissenschaft glauben, das leisten zu können, was für alle Zeiten Aufgabe der Philosophie bleiben wird [Übers. von Kurt von Fritz in seinem Buch "Platon, Theaetet und die antike Mathematik", Darmstadt 1969 (WB), S. 52].

Was die mathematischen Disziplinen nicht leisten können, ist dies, daß sie uns über den Sinn mathematischer Forschung Auskunft geben. Dieser Gedanke ist uns schon aus der obigen Stelle des "Euthydem" geläufig, wo es hieß, die Mathematiker seien Jäger, weil auch sie auf ihre Theoreme wie auf ein Wild ausgehen, aber als Jäger eben doch nicht imstande sind, von der von ihnen eingebrachten Beute den "richtigen Gebrauch" zu machen. Deshalb übergäben sie ihre Funde den Vertreter einer höheren Disziplin, den Dialektikern.

Im Rahmen der Einzelwissenschaft der Mathematik ist dieses Vorgehen zweifellos berechtigt. Denn sie will keine über ihre eigenen Grenzen hinausgehenden Fragen stellen. So steht aber die Mathematik mit den Fragen, die sie hervorbringt, in einem besonderen Verhältnis zur Philosophie. Was aber als Unterschied zwischen den beiden übrig bleibt, ist die Verschiedenheit der philosophischen Frageweise von der Frageweise der Mathematik. Von ihr

15. Siehe eine Widerlegung dieser Ansicht von R.M. Hare in meiner Dissertation "῾Ο τρόπος τοῦ εἶναι τῶν μαθηματικῶν ἀντικειμένων κατὰ τὸν Πλάτωνα καὶ τὸν ᾿Αριστοτέλη, S. 44–47.

aus kommt man nach Platon in philosophischen Fragen schnell und tief mitten in die Philosophie hinein. Sicher wollte Platon zeigen, indem er seine Denkweise an der Mathematik orientiert hat, daß die mathematischen Einsichten zu einem Bereich von philosophischen Wahrheiten führen können. Ein solches Bestreben war sicherlich Philosophie der Mathematik.